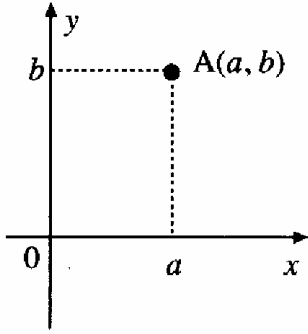


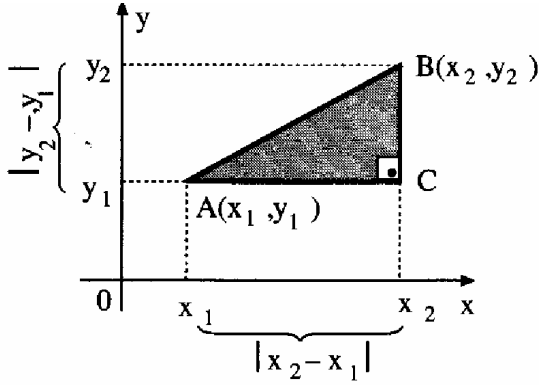
DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELEMESİ

Koordinatlar



Bilindiği gibi, düzlemdeki her bir noktaya bir (a,b) sıralı ikilisi, her bir (a,b) sıralı ikilisine bir nokta karşılık gelir. Eğer bir A noktasına karşılık gelen sıralı ikili (a,b) ise a reel sayısına A'nın apsisi, b ye de ordinatı denir.

Düzlemde A ve B noktaları verildiğinde, bunlar arasındaki uzaklık $|AB|$ sembolü ile gösterilir. Bu uzaklığın nasıl hesaplanacağını aşağıdaki teorem göstermektedir.



TEOREM

(Düzlemde İki Nokta Arasındaki Uzaklık)

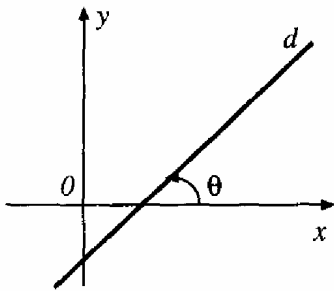
$A(x_1, y_1)$ noktaları arasındaki uzaklık

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

birimdir.

Bu teoremin ispatı, yanda verilen ABC dik üçgenine Pisagor bağıntısını uygulamaktan ibarettir.

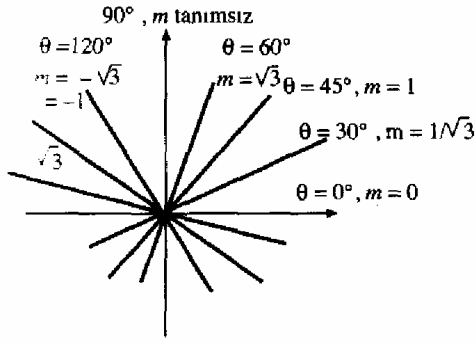
Bir Doğrunun Eğim Açısı ve Eğimi



Bir doğrunun Ox - ekseni ile pozitif yönde yaptığı açıya doğrunun eğim açısı, eğim açısının tanjantına da doğrunun eğimi denir. Buna göre, d doğrusunun eğimi m ise

$$m = \tan\theta \text{ olacaktır.}$$

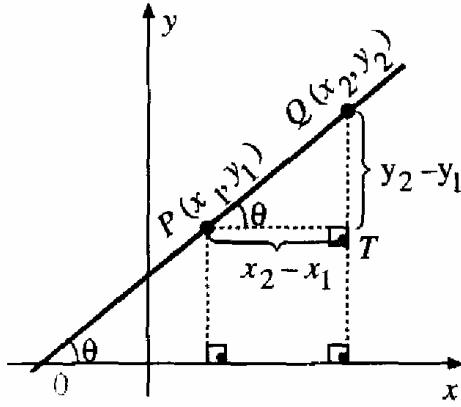
d doğrusunun eğim açısı dar açı ise eğim pozitif, geniş açı ise eğim negatif olacaktır. Yanda çeşitli eğim açısı ve eğime sahip doğrular çizilmiştir. $\tan 90^\circ$ tanımsız olduğundan, düşey doğruların eğimleri tanımsızdır.



Şimdi bir doğru üzerinde $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ noktalarını seçelim. PQT dik üçgeninde

$$\tan \theta = \frac{|QT|}{|PT|} \text{ olacağından}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ olur.}$$



Buna göre, y ve x deki değişimler

$\Delta y = y_2 - y_1$, $\Delta x = x_2 - x_1$ ile gösterilirse

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ yazılabilir.}$$

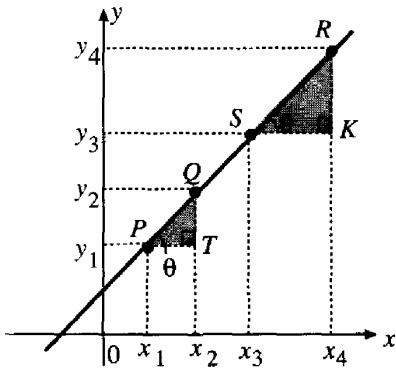
Buna göre bir doğrunun eğimi, kabaca "yükselen" kısmın "yatan" kısma oranı biçiminde tanımlanabilir.

Bir doğrunun eğimi, doğru üzerinde seçilen

noktalardan bağımsızdır. Yani noktalar değişse de eğim değişmez. Örneğin doğru üzerinde

$$P = (x_1 - y_1), Q = (x_2 - y_2), S = (x_3 - y_3), R = (x_4 - y_4)$$

noktaları alındığında, $\triangle PQT$ ve $\triangle SQR$ üçgenlerinin benzerliğinden,



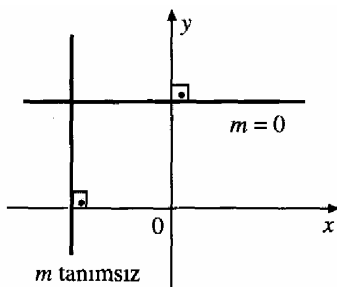
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}$$

bulunur. Yani noktalar değiştikçe oran değişmemektedir.

Bir doğru Qx eksenine paralel olduğunda

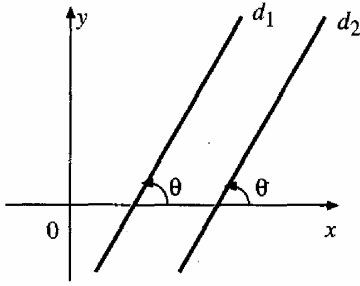
$$\Delta y = 0, \Delta x \neq 0 \text{ olacağından}$$

$$m = 0 \text{ olur.}$$



Doğru Oy - eksenine paralel olduğunda $\Delta x = 0$, $\Delta y \neq 0$ olacağından m tanimsiz olur.

Paralel ve Dik Doğrular

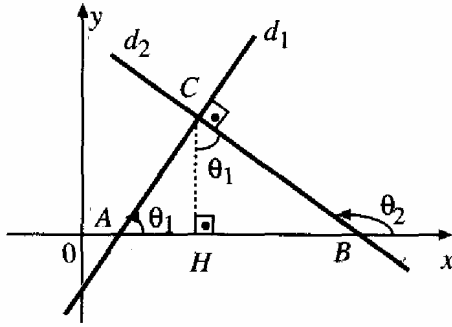


d_1 ve d_2 doğruları paralel ise onların eğim açıları eşit ölçülü, dolayısıyla eğimleri eşittir. Buna göre,

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

Düşey olmayan d_1 ve d_2 dik doğrularının eğimleri, sırasıyla m_1 ve m_2 olsun.

$$m_1 = \tan \theta_1 = \frac{|HB|}{|HC|}$$



$$m_2 = \tan \theta_2 = \frac{|HC|}{|HB|} \text{ olacağından}$$

$$m_1 \cdot m_2 = \tan \theta_1 = \frac{|HB|}{|HC|} \cdot \frac{|HC|}{|HB|} = -1$$

olur. Buna göre

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$$

Bir Noktası ve Eğimi Bilinen Doğrunun Denklemi

Bir doğrunun denklemini bulmak demek, onun üzerinde alınan değişik bir $P(x,y)$ noktasının x, y koordinatları arasında bir bağıntı bulmak demektir.

$A(x_0, y_0)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğru üzerinde bir $P(x,y)$ noktası alınırsa,

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

bulunur. Buna göre doğrunun denklemi

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

olur.

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

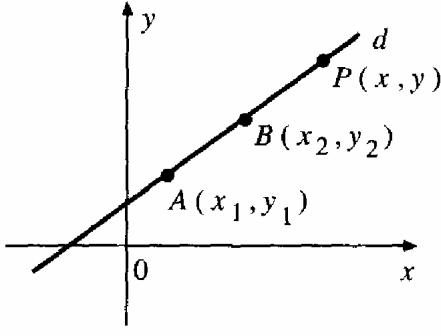
denklemini

$$y = mx + (y_0 - mx_0) \Rightarrow y = mx + n$$

biçiminde de yazılabilir.

Şu halde x 'in katsayısı olan sayı doğrunun eğimidir.

İki noktası Verilen Doğrunun Denklemi



$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun üzerinde bir $P(x, y)$ noktası alalım.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{ve} \quad m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

olacağından

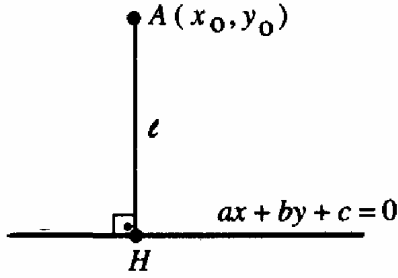
$$\frac{y_2 - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

yazılabilir. Orantı özelliklerinden yararlanarak, bu bağıntı

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

biçiminde de yazılabilir.

Bir Noktanın Bir Doğruya Olan Uzaklığı



Bir $A(x_0, y_0)$ noktasının denklemi $ax + by + c = 0$ olan doğruya olan uzaklığı A dan doğruya indirilen $[AH]$ dikmesinin uzunluğudur. AH doğrusunun eğimi a / b dir. Dolayısıyla denklemi $y - y_0 = b / a (x - x_0)$ dir.

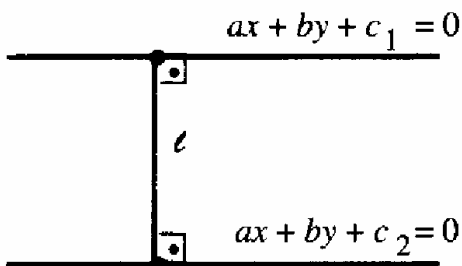
Bu doğru ile $ax + by + c = 0$ doğrusunun kesim noktası H noktasıdır. A ve H arasındaki uzaklık

hesaplanarak l bulunur.

Yukarıdakiler yapıldığında

$$l = \frac{|ax_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{bulunur.}$$

Paralel İki Doğru Arasındaki Uzaklık



Denklemleri

$ax + by + c_1 = 0$, $ax + by + c_2 = 0$ olan doğrular arasındaki uzaklık

$$l = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{birimdir.}$$

ANALİTİK GEOMETRİ

DOĞRU ANALİTİĞİ

Soru 1: Dik koordinat sisteminde $A(m+3, n-1)$ noktası, IV. Bölgede ise $B(m, n)$ noktası nedir?

Çözüm:

$A(m+3, n-1)$ noktası IV. Bölgede ise

$$m+3 > 0 \text{ ----- } m > -3$$

$$n-1 < 0 \text{ ----- } n < 1$$

$$= (-2, -1)$$

Soru 2: $A(-3, 7)$ ve $B(5, 1)$ noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Çözüm:

$$|AB| = \sqrt{(-3-5)^2 + (7-1)^2}$$

$$= \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10 \text{ BİRİMDİR.}$$

Soru 3: $A(-1, 3)$ noktasını orijine göre uzaklığı kaç birimdir?

Çözüm:

$$|OA| = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

Soru 4: Analitik düzlemde $A(-2, 1)$ ve $B(4, 5)$ noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

Çözüm:

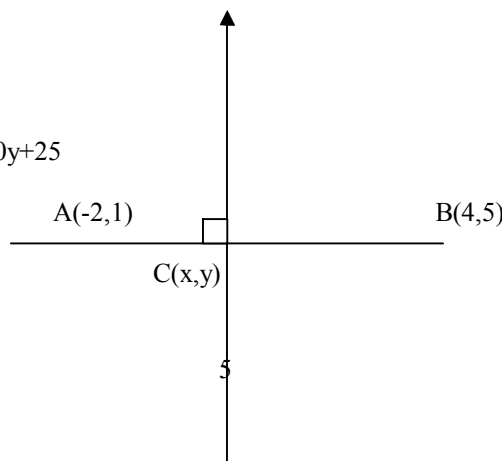
Orta dikme doğrusu

$$\sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2}$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 8x + 16 + y^2 - 10y + 25$$

$$4x - 2y + 5 = -8x - 10y + 41$$

$$3x + 2y - 9 = 0$$



Soru 5: A(1,4) ve B(3,-10) noktaları veriliyor. |AB| 'nin orta noktasının orjine uzaklığı kaç birimdir?

Çözüm:

|AB|'nin orta noktası C(x₀, y₀) olsun.

$$x_0 = \frac{1+3}{2} = 2 \quad y_0 = \frac{4-10}{2} = -3 \text{ olup.}$$

C(2,-3) noktasının orjine uzaklığı;

$$|OC| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13} \text{ BİRİMDİR.}$$

Soru 6: Köşelerinin koordinatları; A(6,7), B(-1,2) C(7,4) olan üçgenin V_a kenarortay uzunluğu kaçtır?

Çözüm:

|BC|'nin orta noktası

D(x₀,y₀) ise;

$$x_0 = \frac{-1+7}{2} = 3$$

$$y_0 = \frac{2+4}{2} = 3 \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$V_a = |AD| = \sqrt{(6-3)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \text{ olur.}$$

Soru 7: Köşe noktalarının koordinatları, A(-4,5) , B(-2,7) , C(6,10) , D(a,b) olan ABCD paralel kenarında D noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$-4+6 = -2 + a \implies a = 4$$

$$5+10 = 7+b \implies b = 8$$

$$\implies a + b = 4+8 = 12 \text{ olur.}$$

Soru 8: A(5,-2) ve B(-3,4) noktaları veriliyor. $\frac{|AC|}{|BC|} = 3$ olacak şekilde

dışarıdaki doğrusal

C(x₀,y₀) noktasının koordinatları nedir?

Çözüm:

A(5,-2),B(-3,4) ve k = 3 olduğundan:

$$x_0 = \frac{5-3(-3)}{1-3} = -7 \text{ ve } y_0 = \frac{-2-3 \cdot 4}{1-3} = 7$$

bulunur ve böylece C(x₀,y₀) = C(-7,7) elde edilir.

Soru 9: Analitik düzlemde köşelerinin koordinatları A(5,4),B(-1,2) ve C(a,b) olan ABC üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatları G(4,3) ise a+b kaçtır?

Çözüm:

$$4 = \frac{5-1+a}{3} \implies a = 8, 3 = \frac{4+2+b}{3} \implies b = 3$$

buradan a+b = 8+3 = 11 olur.

Soru 10: Köşe noktalarının koordinatları A(-2,6) B(3,-1) ve C(4,5) olan ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

Cevap 10:

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 3 & -1 \\ 4 & 5 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |2+15+24-18-(-4)-(-10)| = \frac{37}{2}$$

Soru 11: A(1,-2) ve B(p,3) noktalarından geçen doğru Ox eksenini pozitif yönde 45 derecelik açı yaptığına göre p kaçtır?

Çözüm:

$$a = 45 \implies m = \tan 45 = 1$$

$$1 = \frac{3-(-2)}{p-1} = \frac{5}{p-1} \implies 5 = p-1 \implies p = 6 \text{ olur.}$$

Soru 12: A(-2,3), B(1,-3), C(5,1) ve D(1,k) noktaları veriliyor. AB // CD ise k sayısı kaçtır?

Çözüm:

AB // CD olduğundan bu doğruların Ox eksenini yaptığı açılar ve dolayısıyla bu doğruların eğimleri birbirine eşittir.

$$\frac{-3-3}{1-(-2)} = \frac{k-1}{5-1} \implies$$

$$m_{AB} = m_{CD} \implies \frac{\quad}{1-(-2)} = \frac{\quad}{1-5} \quad k=9 \text{ olur.}$$

Soru 13: A(2p-1,4) ve B(p+3,2) noktalarından geçen doğru Ox eksenine dik ise P kaçtır?

Çözüm:

$$a = 90 \implies m = \infty = \frac{2-4}{p+3-(2p-1)}$$

$$\infty = \frac{-2}{-p+4} \implies -p+4 = 0 \implies p=4 \text{ olur.}$$

Soru 14: Ox eksenine ile pozitif yönde 45 derecelik açı yapan ve (-2,1) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Çözüm:

$$a = 45 \implies m = \tan 45 = 1$$

Eğimi, $m = 1$ olan A(-2,1) noktasından geçen doğru denklemi;

$$y-1 = 1(x+2) \implies y-x-3 = 0 \text{ olur.}$$

Soru 14: Eğimi -3 olan ve A(-1,2) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Çözüm

Doğrunun eğimi -3 olduğundan denklem $y = -3x+n$ şeklindedir. Ve doğru A(1,-2) noktasından geçtiği için A(1,-2) noktasının koordinatları doğru denklemini sağlamak zorundadır. ~~B~~ $\implies -2 = -3.1+n$ $n = 1$ elde edilir. Ve doğru denklemi

$y = -3x+1$ şeklinde bulunmuş olur.

Soru 15: A(-3,2) ve b(1,-6) noktalarında geçen doğrunun denklemi nedir?

Cevap:

$A(x_1, y_1) = A(-3, 2)$ ve $B(x_2, y_2) = B(1, 6)$ olsun

$$\frac{y-(-6)}{x-1} = \frac{-6-2}{1-(-3)} \implies \frac{y+6}{x-1} = -2 \quad y+6 = -2(x-1) \implies y+2x+4 = 0$$

dır.

$$\frac{y-(-6)}{x-1} = \frac{-6-2}{1-(-3)} \implies \frac{y+6}{x-1} = -2$$

Soru 15: Dik koordinat düzlemindeki d doğrusunun denklemi nedir?

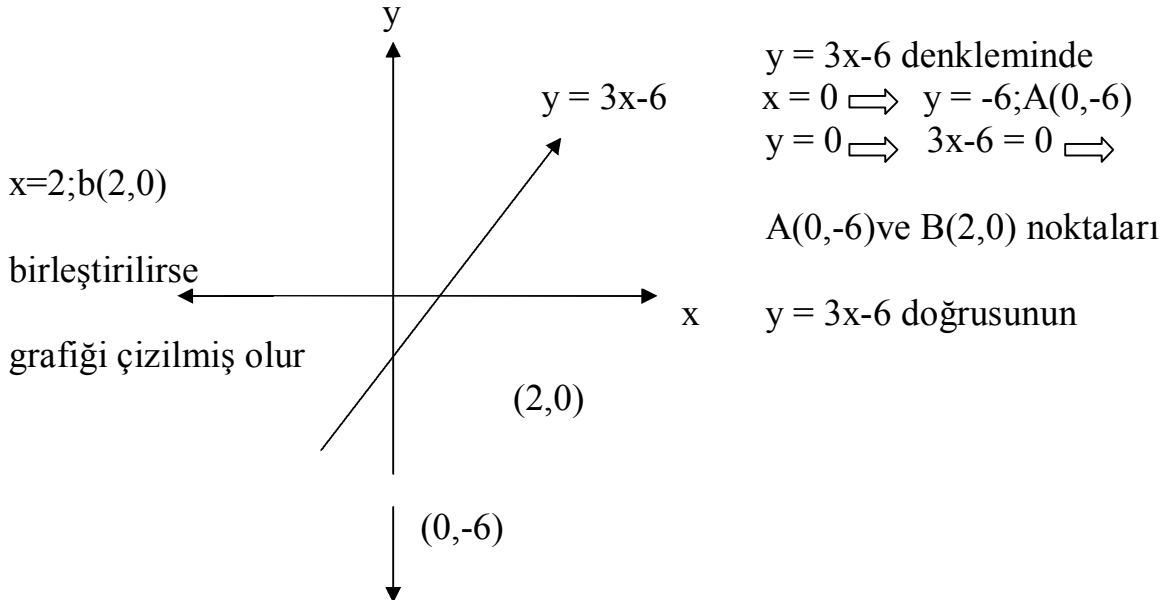
Çözüm:

$A(-2, 0)$ ve $B(0, 3)$ noktalarından geçen doğru denklemi;

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1 \implies 3x - 2y + 6 = 0 \text{ dır.}$$

Soru 16: $y = 3x - 6$ denklemi ile verilen doğrunun grafiğini çiziniz.

Çözüm:



Soru 17: $2x - y + 4 = 0$ ve $x + y + 2 = 0$ doğrularının kesiştikleri nokta nedir?

Çözüm:

$$2x - y + 4 = 0$$

taraf tarafa toplama yapılırsa
 $x+y+2 = 0$

$$3x+6 = 0 \implies x = -2 \text{ elde edilir.}$$

Denklemlerden herhangi birinde $x = -2$ yazılırsa $y = 0$ bulunur. Buna göre, bu iki doğru $(-2,0)$ noktasında kesişirler.

Soru 18: Dik koordinat düzleminde $2x-5y-4 = 0$ doğrusuna paralel olan ve $A(3,4)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Çözüm:

$$2x-5y-4 = 0 \implies y = \frac{2}{5}x - \frac{4}{5} \text{ olup, bu doğrunun eğimi } m_1 = \frac{2}{5} \text{ 'tir.}$$

Paralel doğruların eğimleri birbirlerine eşit olacağından $m_2 = \frac{2}{5}$ olmalıdır.

Buna göre, eğimi $m_2 = \frac{2}{5}$ olan ve $A(3,4)$ noktasından geçen doğrunun denklemi;

$$y-4 = \frac{2}{5}(x-3) \implies 2x-5y+14 = 0 \text{ olur.}$$

Soru 19: Analitik düzlemde;

$$d_1: (a-3)x+y-1 = 0$$

$$d_2: (a+2)x-2y+5 = 0 \text{ doğruları veriliyor.}$$

d_1 ile d_2 doğruları birbirine paralel ise a kaçtır?

Çözüm:

Burada $a_1 = a-3$, $b_1 = 1$, $a_2 = a+2$

Ve $b_2 = -2$ ' dir. Paralel doğrularda $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ olacağından .

$$\frac{a-3}{a+2} = -\frac{1}{2} \implies 2a-6 = -a-2 \implies 3a = 4$$

$$\implies a = \frac{4}{3}$$

Soru 20: Denklemleri $(m+2)x+4y-2 = 0$ ve $3x-(2n+1)y+1 = 0$ olan doğrular çakışık ise $m + n$ kaçtır?

Çözüm:

Doğruların çakışık olması için,

$$\frac{m+2}{3} = \frac{4}{-(2n+1)} = \frac{-2}{1} \text{ olmalıdır. Buna göre;}$$

$$m+2 = -6 \implies m = -8$$

$$4n+2 = 4 \implies n = \frac{1}{2} \implies m+n = -8 + \frac{1}{2} = \frac{-15}{2} \text{ olur.}$$

Soru 21: $2x+y-1 = 0$ ve $3x+2y-6 = 0$ doğruların kesiştiği noktadan geçen doğru demetinin denklemi nedir?

Çözüm:

$$2x+y-1+k(3x+2y-6) = 0$$

$$\implies (3k+2)x+(2k+1)y-6k-1 = 0 \text{ dır.}$$

Soru 22: $(2k-1)x+(k+3)y+2k+1 = 0$ denklemi ile verilen doğruların kesiştiği noktanın koordinatları nedir?

Çözüm:

$$(2k-1)x+(k+3)y+2k+1 = 0$$

$$-x+3y+1+k(2x+y+2) = 0$$

$0+k.0 = 0$ olduğundan,

$$-x+3y+1 = 0$$

$$2x+y = 2 = 0$$

denkleminin sisteminin çözüm kümesi $(-\frac{5}{7}, -\frac{4}{7})$ 'dir.

Soru 23: A(-2,3) noktasından geçen ve $d_1: 2x-y+1 = 0$ doğrusuna dik olan d_2 doğrusunun denklemi nedir?

Çözüm:

$$d_1: 2x-y+1 = 0 \implies m_1 = 2$$
$$m_1 \cdot m_2 = -1 \implies 2 \cdot m_2 = -1 \implies m_2 = -\frac{1}{2}$$

Buna göre eğimi " $m_2 = -\frac{1}{2}$ " olan ve A(-2,3) noktasından geçen doğru denklemi;

$$y-3 = \frac{1}{2}(x+2) \implies 2y+x-4 = 0 \text{ bulunur.}$$

Soru 24:

$$d_1: (m+2)x-2y+1 = 0 \text{ ve}$$

$d_2: 3x+(2m-1)y+2 = 0$ denklemleri ile verilen doğrular birbirine dik ise m kaçtır?

Çözüm:

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$$

$$\implies (m+2) \cdot 3 + (-2) \cdot (2m-1) = 0$$

$$\implies -m+8 = 0 \implies m = 8$$

Soru 25: Koordinat düzleminde $d_1: y = \frac{1}{3}x-2$ ve $d_2: -2x+y+1 = 0$ doğruları arasındaki dar

açı kaç derecedir?

$$\sqrt{(-4)^2+3^2} \quad 5$$

Soru 28:

$$d_1: 3x+y+2 = 0 \text{ ve}$$

$d_2: 6x+2y-16 = 0$ doğruları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Çözüm:

Verilen her iki denklemde de x 'in ve y 'nin katsayıları eşitlenmelidir. Bunun için ya d_1 'in denklemi 2 ile çarpılmalı veya d_2 'nin denklemi 2 ile sadeleştirilmelidir.

$$d_1: 3x+y+2 = 0 \implies c_1 = 2 \quad d_2: 6x+2y-16 = 0 \implies 3x+2y-8 = 0 \implies c_2: -8$$

$$d_1 \text{ } d_2 \text{ doğruları arasındaki uzaklık; } \frac{|2-(-8)|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \text{ birim.}$$

Soru 29: $2x+y-1 = 0$ ve $x-2y+7 = 0$ denklemleri ile verilen doğrulara eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

Çözüm:

Kesişen iki doğruya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri bu iki doğrunun oluşturduğu açıortay doğrusudur.

$$\frac{2x+y-1}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{x-2y+7}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}$$

$$\begin{aligned} & 2x+y-1 = x-2y+7 \implies x+3y-8 = 0 \\ \implies & 2x+y-1 = -(x-2y+7) \implies 3x-y+6 = 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Soru 30: Analitik düzlemde $A(2,4)$ noktasının $B(x,y)$ noktasına göre simetriği $C(-2,6)$ noktası ise $x+y$ değeri kaçtır?

Çözüm:

$$|AB| = |BC| \text{ olduğundan}$$

$$2-2$$

$$4+6$$

$$x = \frac{\quad}{2} = 0 \quad y = \frac{\quad}{2} = 0$$

olup $x+y = 5$ olur.

Soru 31: Koordinat düzleminde $A(4,-1)$ noktasının Ox eksenine göre simetriği B , orjine göre simetriği C noktası ise ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

Çözüm:

$A(4,-1)$ noktasının Ox eksenine göre simetriği $B(4,1)$, orjine göre simetriği $C(-4,1)$ noktası olduğundan $|AB| = 2br.$, $|BC| = 8 br$ olup

$$A(ABC) = \frac{2 \cdot 8}{2} = 8 \text{ birim kare olur.}$$

Soru 32: $A(3,-2)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği $y = ax+3$ doğrusu üzerinde bulunuyor ise a kaçtır?

Çözüm:

$A(3,-2)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği $B(2,-3)$ olup, bu nokta $y = ax+3$ doğrusu üzerinde olduğundan ;
 $-3 = 2a+3 \implies a = -3$ olur.

Soru 33: $A(a,b)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği B noktası, B noktasının Oy eksenine göre simetriği $C(2a,-3)$ noktası ise $a+b$ kaçtır?

Çözüm:

$A(a,b)$ noktasının, $y = x$ doğrusuna göre simetriği $B(b,a)$; $B(b,a)$ noktasının Oy eksenine göre simetriği $C(-b,a)$ olur.

$$C(-b,a) = C(2a,-3) \implies a = -3 \text{ ve } -b = 2a \text{ olur.}$$

$$\implies b = 6 \text{ olup } a+b = -3+6 = 3 \text{ bulunur.}$$

Soru 34: Dik koordinat sisteminde A noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği B, B noktasının $x = 2$ doğrusuna göre simetriği C(-2,1) ise, A noktasının koordinatları nedir?

Çözüm:

A(a,b) noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği B(b,a) , B(b,a) noktasının $x = 2$ doğrusuna göre simetriği C(4-a, a) = C(-2,1) $b = 6$ ve $a = 1$ bulunur.

Buna göre, A(a,b) = A(1,6) olur.

Soru 35: A(-4,3) noktasının d doğrusuna göre simetriği B(2,-5) noktası ise A noktasının d doğrusuna uzaklığı nedir?

Çözüm:

$$|AB| = \sqrt{(-4-2)^2 + (3+5)^2} = 10 \text{ birim.}$$

Buna göre, A noktasının d doğrusuna uzaklığı , $\frac{|AB|}{2} = \frac{10}{2} = 5$ birimdir.

Soru 36: A(4,-2) noktasının d: $2x-y+1 = 0$ doğrusuna göre simetriği nedir?

Çözüm:

A(4,-2) noktasının d: $2x-y+1 = 0$ doğrusuna göre simetriği B(x_2, y_2) olsun.

$$\frac{y_2 + 2}{x_2 - 4} * 2 = -1 \implies 2y_2 + x_2 = 0 \dots (1)$$

$$2 * \frac{4 + x_2}{2} - \frac{-2 + y_2}{2} + 1 = 0 \implies x_2 - \frac{y_2}{2} = -6 \dots (2)$$

(1) ve (2) denkleminde $x_2 = -\frac{24}{5}$, $y_2 = \frac{12}{5}$ olarak bulur.

Soru 37: $d_1: 2x-y+7 = 0$ doğrusunun eksenlere ve orjine göre simetrilerini bulunuz.

Çözüm:

$d_1: 2x-y+7 = 0$ doğrusu için

$$(x,y) \xrightarrow{Ox} (x,-y)$$

$$\implies d_1: 2x-y+7 = 0 \quad d_2: 2x+y+7 = 0$$

$$(x,y) \xrightarrow{Oy} (-x,y)$$

$$\implies d_1: 2x-y+7 = 0 \xrightarrow{Oy} d_3: -2x-y+7 = 0$$

$$(x,y) \xrightarrow{ORJİN(0,0)} (-x,-y)$$

$$\implies d_1: 2x-y+7 = 0 \longrightarrow d_4: -2x+y+7 = 0 \text{ olur.}$$

Soru 38: Analitik düzlemde $A\left(a, \frac{a}{b}\right)$ noktası IV. Bölgede ise $B\left(2b, \frac{b-a}{b}\right)$ hangi bölgededir?

Çözüm:

$A\left(a, \frac{a}{b}\right)$ noktası IV: bölgede olduğundan $a > 0$, $\frac{a}{b} < 0$ olup buradan $b < 0$ olur.

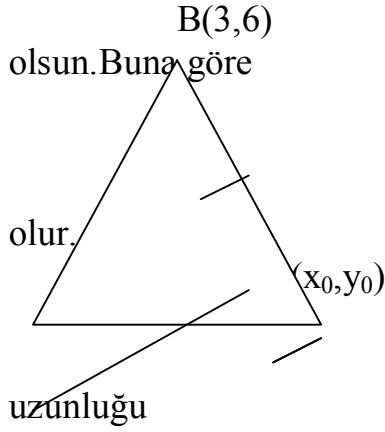
$$a > 0, b < 0 \implies 2b < 0, b-a < 0 \text{ ve } \frac{b-a}{b} > 0 \text{ olur.}$$

Bundan dolayı B noktasının apsisi negatif ordinatı pozitif olduğundan bu nokta II. bölgededir.

Soru 39: Dik koordinat düzleminde köşe noktalarının koordinatları $A(0,-1)$,

B(3,6) ve C(5,-2) olan ABC üçgeninde |BC| kenarına ait kenarortayın uzunluğu kaç birimdir?

Çözüm:



|BC| nin orta noktası D(x₀,y₀)

$$x_0 = \frac{3+5}{2} = 4 \quad y_0 = \frac{6-2}{2} = 2$$

Buna göre |BC| ye ait kenarortayın

A(0,-1)

C(5,-2)

$$|AD| = \sqrt{(4-0)^2 + (2+1)^2} = 5 \text{ birim olur.}$$

Soru 40: Dik koordinat düzleminde A(a,-1) , B(a+3,8) ve C(-3,a-1) noktalarının doğrusal olabilmesi için a kaç olmalıdır?

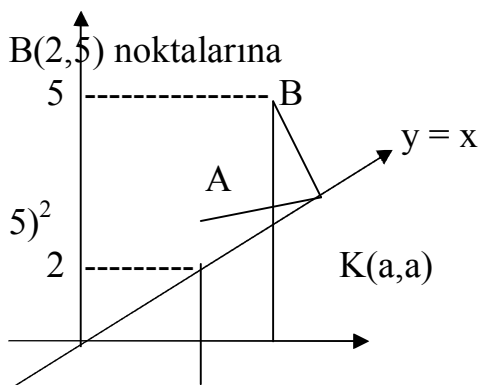
Çözüm:

ABC doğrusal ise eğimler eşit olur. $m_{AB} = m_{BC} = m_{AC}$
Bunlardan $m_{AB} = m_{BC}$ yi kullanırsak.

$$m_{AB} = m_{BC} \implies \frac{8+1}{a+3-a} = \frac{a-9}{-a-6} \implies a = -\frac{9}{4}$$

Soru 41: Analitik düzlemde A(1,2) ve B(2,5) noktalarının y = x doğrusu üzerindeki bir K noktasına uzaklıkları eşittir. Buna göre,K noktasının koordinatları nedir?

Çözüm:



y = x doğrusu üzerinde A(1,2) ve eşit uzaklıktaki nokta K(a,a) olsun.

$$\implies \sqrt{(a-1)^2 + (a-2)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (5a-2)^2}$$

1 2 x

$$\implies (a-1)^2 + (a-2)^2 = (a-2)^2 + (a-5)^2$$

$$\implies \cancel{a^2} - 2a + 1 = \cancel{a^2} - 10a + 25$$

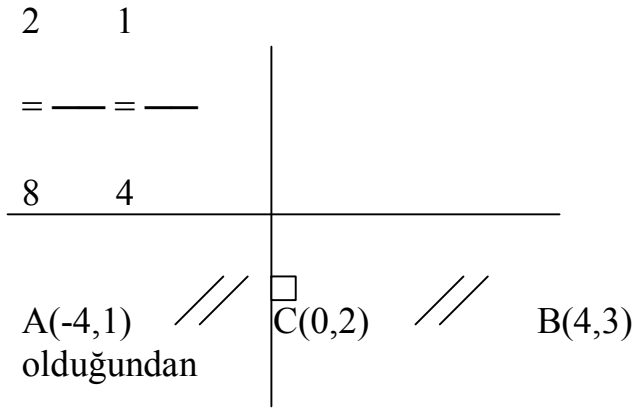
$$\implies -2a + 10a = 25 - 1$$

$$\implies 8a = 24 \implies a = 3$$

$$\implies K(3,3) \text{ olur.}$$

Soru 42: Dik koordinat düzleminde A(-4,1) ve B(4,3) noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin denklemi nedir?

Çözüm:



noktasının

olduğundan;

$$4x + y - 2 = 0 \text{ elde edilir.}$$

AB doğrusunun eğimi $m_{AB} = \frac{3-1}{4-(-4)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

AB \perp d olduğunda $m_{AB} \cdot m_d = -1$

$$\frac{1}{4} \cdot m_d = -1 \implies m_d = -4$$

|AB| doğru parçasının orta

$$\text{koordinatları } X_c = \frac{-4+4}{2} = 0$$

$$Y_c = \frac{1+3}{2} = 2 \quad C(0,2)$$

Soru 43: Analitik düzlemde A(1,7) ve B(7,5) noktaları veriliyor. Buna

göre,O ekseni üzerinde,|AK| + |KB| en küçük olabilecek şekilde K(x₀,0) noktasının apsisi kaçtır?

Çözüm:

B noktasının Ox eksenine göre simetriği B' noktası olsun. Bu durumda |KB| = |KB'| ve dolayısıyla |AK| + |KB| = |AK| + |KB'| olur. |AK| +|KB| nin en küçük olması demek |AK| + |KB'| toplamının en küçük olması demektir.Bunun için ise A.K ve B' noktalarının doğrusal olması gerekir.Buna göre;

$$m_{AK} = m_{KB'} \implies \frac{0-5}{x_0-1} = \frac{-5-0}{7-x_0} \implies x_0 = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ olur.}$$

Soru 44: Analitik düzlemde A(-3,4) ve B(1,8) noktaları ve Ox ekseni üzerinde değişken bir C(a,0) noktası veriliyor. $||AC| - |BC||$ en küçük değeri aldığında C noktasının apsisi “a” kaçtır?

Çözüm:

$||AC|-|BC||$ nin en küçük olması $|AC| = |BC|$ olmasıyla mümkündür.Buna göre;

$$\sqrt{(a+3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{(a-1)^2 + (0-8)^2}$$

$$a^2+6a+25 = a^2-2a+65$$

$$8a = 40 \implies a = 5 \text{ olur.}$$

Soru 45: Dik koordinat düzleminde $3x+y-6 = 0$, $2y-x+6 = 0$ ve $y = 0$ doğruları arasındaki alan kaç birim karedir?

Çözüm:

Bu doğruların kesiştiği noktayı bulmak için ortak çözüm aranır.

$$\left. \begin{array}{l} 2y-x = -6 \\ 3x+y = 6 \end{array} \right\} \text{ denklemler sistemi çözülürse } x = \frac{18}{7} \text{ ve } y = -\frac{12}{7} \text{ bulunur.}$$

Buna göre ;

$$\text{Alan(ABC)} = \frac{4 \cdot \frac{18}{7}}{2} = \frac{36}{7} \text{ birim karedir.}$$

Soru 46: Analitik düzlemde $4y-3x-12 = 0$ ve $y+2x-6 = 0$ doğruları ile eksenler arasında kalan alan kaç birim karedir?

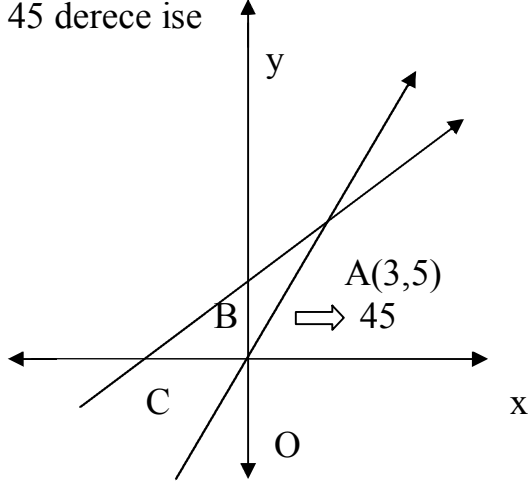
Çözüm:

$$4y-3x-12 = 0 \quad y+2x-6 = 0$$

$$\text{denklemler sistemi çözülürse } x = \frac{12}{11} \text{ ve } y = \frac{42}{11} \text{ bulunur ve}$$

$$\text{Alan(ABC)} + \text{Alan(ACD)} = \frac{3 \cdot \frac{42}{11}}{7} = \frac{3 \cdot \frac{12}{11}}{11} = \frac{82}{121}$$

Soru 47:
45 derece ise



Dik koordinat sisteminde $m(CAO) =$

AC doğrusunun denklemi nedir?

Çözüm:

OA doğrusu $O(0,0)$ (orijin) ve $A(3,5)$ noktalarından geçen doğru olduğundan bu doğrunun

5

eğimi $m_{AO} = \frac{5}{3}$ olur. OA doğrusun Ox eksenine pozitif yönde yaptığı açı F olsun .

3

AC doğrusunun Ox eksenine pozitif yönde yaptığı V olsun.

Buna göre $F - V = 45 \iff V = F - 45$ olup.

$$\tan V = \tan(F - 45) = \frac{\tan F - \tan 45}{1 + \tan F \cdot \tan 45}$$

$$\tan 45 = 1 \iff \tan F = m_{OA} = \frac{5}{3} \iff \tan V = \frac{\frac{5}{3} - 1}{1 + \frac{5}{3} \cdot 1} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

bulunur.

AC doğrusu eğimi $m_{AC} = \frac{1}{4}$ olan ve $A(3,5)$ noktasından geçen doğru denklemi;

$$y-5 = \frac{1}{4}(x-3) \implies 4y-x-17 = 0 \text{ elde edilir.}$$

Soru 48: Dik koordinat düzleminde, $A(1,k)$ noktasından geçen ve $d_1: 2x+3y+6=0$ doğrusuna dik olan doğrunun denklemi $d_2: ax+2y+7=0$ ise k kaçtır?

Çözüm:

$$d_1: 2x+3y+6=0 \text{ doğrusunun eğimi } m_1: -\frac{2}{3}$$

$$d_1 \perp d_2 \text{ verildiğinden } d_2 \text{ doğrusunun eğimi } m_2: -\frac{a}{2}$$

$$\text{ve } m_1 \cdot m_2 = -1 \implies -\frac{2}{3} \cdot -\frac{a}{2} = -1 \implies a = 3 \text{ olur.}$$

$d_2: -3x+2y+7=0$ olup $A(1,k)$ noktası bu doğru üzerinde bulunduğundan bu noktanın koordinatları doğru denklemini sağlayacaktır.
Buradan; $-3 \cdot 1 + 2k + 7 = 0 \implies k = -2$ elde edilir.

Soru 49: Analitik düzlemde $d_1: (k+1)x+(m-2)y-6=0$ ve $d_2: x-2y+3=0$ doğruları çakışık

ise $\frac{m}{k}$ kaçtır?

Çözüm:

d_1 ve d_2 çakışık ise

$$k+1 \quad m-2 \quad -6$$

m

$\frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{3}{3}$ olup buradan $k = -3$ ve $m = 6$ bulunur. Buna göre; $\frac{1}{k} = -2$ olur.

Soru 50: Analitik düzlemde A(3,5) ve B(-2,6) noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Çözüm:

$$|AB| = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (5 - 6)^2} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26} \text{ olarak bulunur.}$$