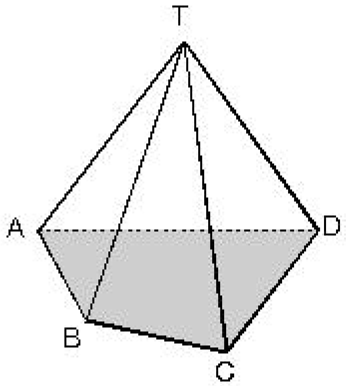
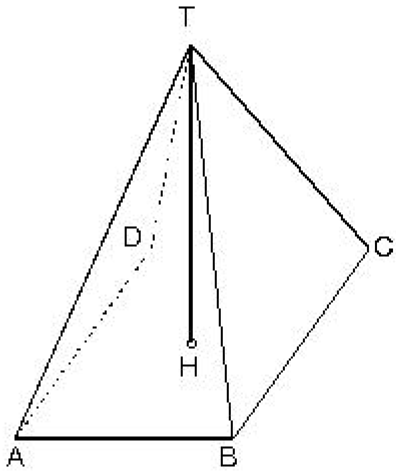
- PİRAMİTLER

Bir düzlemde kapalı bir bölge ile bu düzlemin dışında bir T noktası alalım. Kapalı bölgenin tüm noktalarının T noktası ile birleştirilmesi sonucunda oluşan cisme piramit denir.





T noktası piramidin tepe noktasıdır. Kapalı bölge ise piramidin tabanıdır. Piramit; tabanı oluşturan şeklin ismiyle adlandırılır. Taban kare ise, kare piramit; taban altıgense altıgen piramit gibi.

Eğer piramidin tabanı düzgün çokgense bu tip piramitlere düzgün piramit denir.

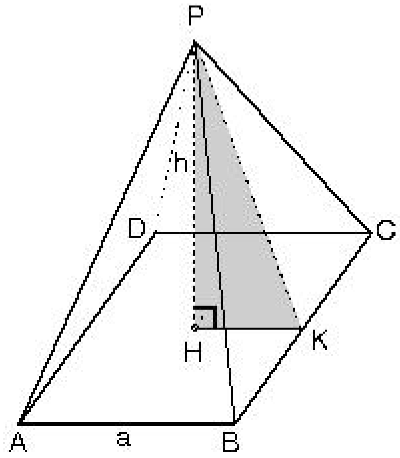
T noktasının taban düzlemi üzerindeki dik izdüşümüne H dersek [TH] piramidin yüksekliği olur.

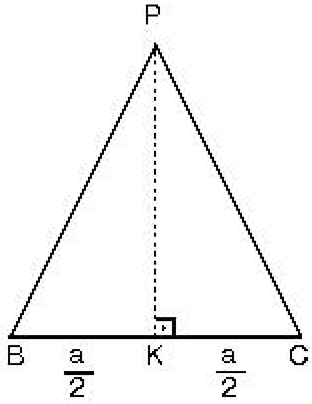
|TH| = h biçiminde yazılır. [TA], [TB], [TC]… piramidin yanal ayrıtlarıdır.

Piramitlerin hacmi taban alanı ile yüksekliğin çarpımının üçte biri kadardır.

$$\text{Hacim} = \frac{1}{3} \times \text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik}$$

1.Kare Piramit





Kare piramidin tabanı kare biçimindedir. Yan yüzeyleri ise dört adet ikizkenar üçgenden oluşur.

İkizkenar üçgenlerin taban uzunlukları piramidin tabanının bir kenarına eşittir.

$|PH| = h$ piramidin yüksekliğidir.

Yan yüz yüksekliği $|PK|$ dır.

Tabanının bir kenarına a dersek

$|HK| = \frac{a}{2}$ olur.

Buradan yan yüz yüksekliği

$|PK|^2 = h^2 + (\frac{a}{2})^2$ olur.

$|PK|^2 = h^2 + (\frac{a}{2})^2$ olur.

$$\text{Hacim} = \frac{a^2 h}{3}$$

Tüm alan yan yüz alanları ile taban alanının toplamına eşittir.

2. Eşkenar Üçgen Piramit

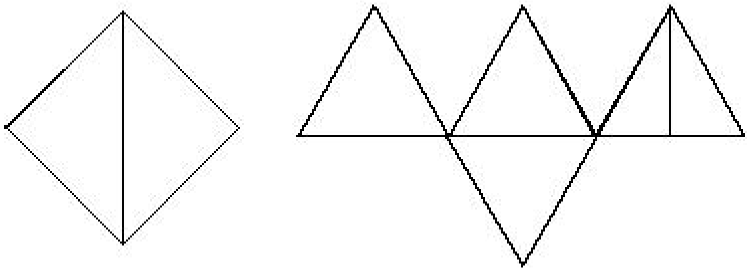
Tabanı eşkenar üçgen olan piramitlere eşkenar üçgen piramit denir.

Taban Alanı $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ olduğundan

Taban Alanı Taban Alanı $\frac{a^2 . \sqrt{3}}{4}$ olduğundanolduğundan

$$hacim=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{3}.h$$

3. Düzgün Dörtyüzlü



Dört yüzü de eşkenar üçgenlerden oluşan cisimdir. Yükseklik, tabanı oluşturan üçgenin ağırlık merkezine iner.

Bir ayrıtı a olan düzgün dörtyüzlünün

Yarı yüz yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ve

Cisim yüksekliği $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ olur

Buradan

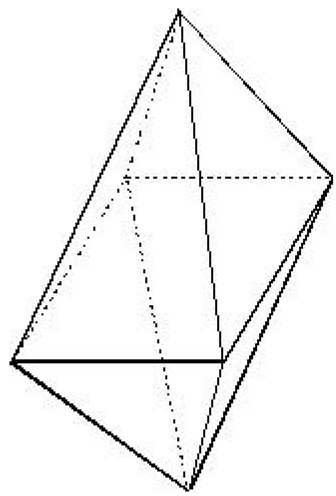
$$hacim=\frac{1}{2}.\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right).\frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$hacim=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

4. Düzgün Sekizyüzlü

Bütün ayrıtları birbirine eş ve yüzeyleri sekiz eşkenar

üçgenden oluşan cisme düzgün sekizyüzlü denir.



Bir ayrıtına a dersek yan yüz yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ olur.

Cismin, ortak tabanlı iki adet kare piramitten oluştuğunu

düşünürsek piramitlerin yüksekliği;

olur.

Piramitin hacmi $\frac{a^2.h}{3}$ olduğundan;

$$Hacim=2.\frac{a^2}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$hacim=8.\frac{a^2.\sqrt{3}}{3}$$

Yüzey şekilleri eşkenar üçgen olduğundan

$$Tümalan=2a^2\sqrt{3}$$

5. Düzgün Altıgen Piramit

Tabanı düzgün altıgen olan piramide düzgün altıgen piramit denir.

Yan yüzeyleri altı adet eş ikizkenar üçgenden oluşur.

KONİ

Tabanı daire biçiminde olan piramide koni adı verilir.

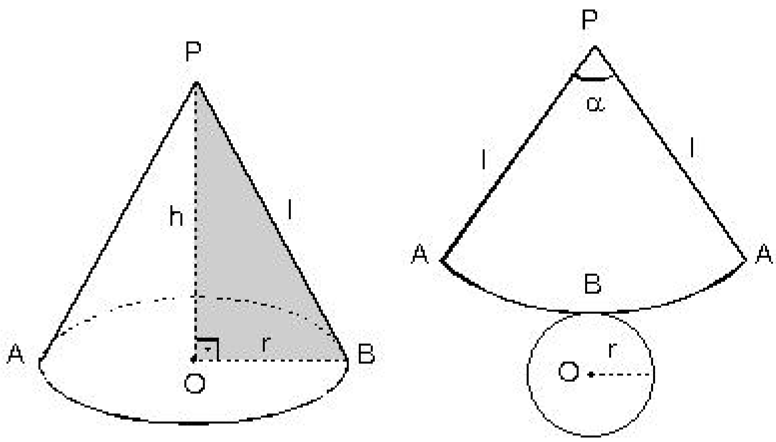
Taban alanı = $6.\frac{a^2.\sqrt{3}}{4}$ olduğundan

$$hacim=\frac{1}{3}.6\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.h$$

$$hacim=\frac{1}{2}.a^2\sqrt{3}.h$$

bulunur. Yan yüzeyleri altı adet eş ikizkenar üçgen oluşur.

KONİ



Tabanı daire biçiminde olan piramite koni adı verilir.

Burada;

Taban yarıçapı |OB| = r

Cisim yüksekliği |PO| = h olur.

|PA| = |PB| = l uzunluğuna ana doğru denir.

POB dik üçgeninde,

$h^2 + r^2 = l^2$ bağıntısı vardır.

Koninin yanal alanı bir daire dilimidir.

$$\text{hacim}=\frac{1}{3}\pi r^2.h$$

Daire diliminin alanı, yay uzunluğu ile yarıçapın çarpımının yarısıdır. Yay uzunluğu taban çevresine eşit olduğundan,

Yanal alan= πr2+πrl

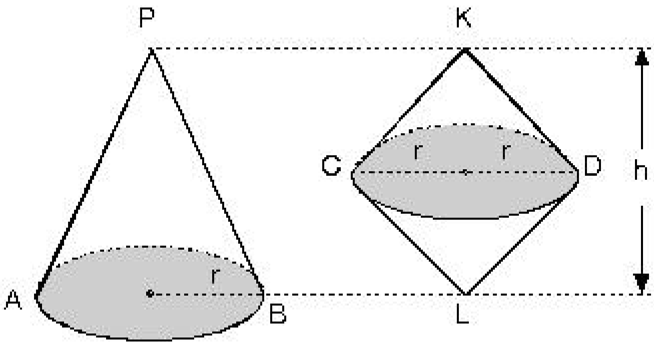
Tüm alan bulunurken, taban alanı da ilave edilir.

Tüm alan = šr2 + šrl

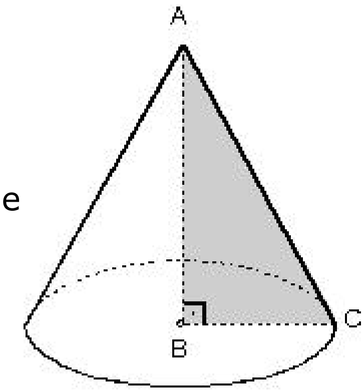
- Daire diliminin merkez açısına a dersek

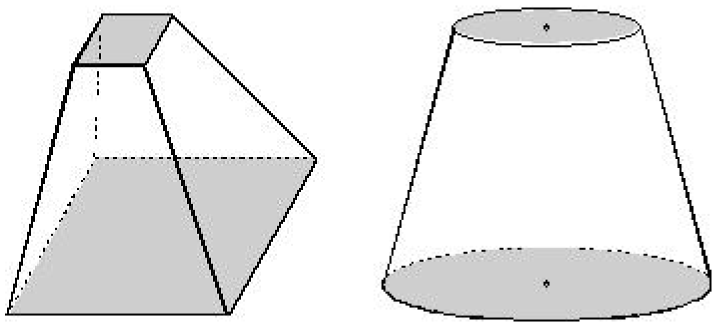
$\frac{\alpha}{360} = \frac{r}{\ell}$ oranı elde ederiz.

- Yükseklikleri ve taban yarıçapları eşit olan iki cismin hacimleri de birbirine eşittir.



- Üçgensel şekiller bir kenarı etrafında döndürüldüğünde koni elde edilir.şekildeki ABC dik üçgeninin AB kenarı etrafında döndürülmesi ile |BC| yarıçaplı ve yüksekliği |AB| olan koni elde edilir.

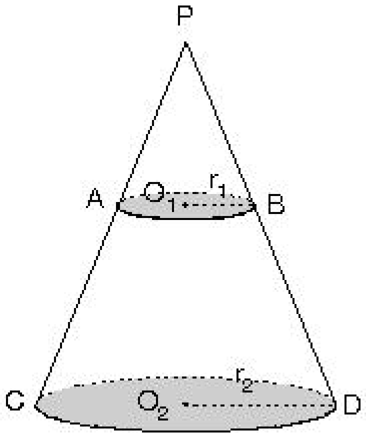




Kesik piramitlerin hacimleri bulunurken cisim piramide tamamlanır.

$[O_1B] \parallel [O_2D]$ olduğundan

$\frac{|PO_1|}{|PO_2|} = \frac{r_1}{r_2}$ benzerliği vardır.



Küçük koninin büyük koniye benzerlik oranı $\frac{r_1}{r_2}$ dir. Alanları

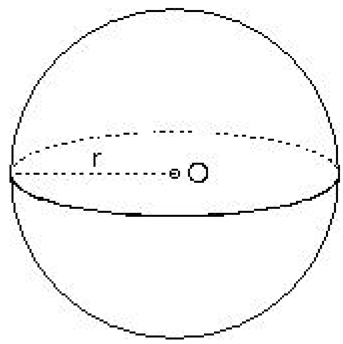
oranı benzerlik oranının

karesi olduğundan, alanlar oranı $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ olur. Hacimler oranı

ise benzerlik oranının küpüdür. r_1 yarıçaplı küçük koninin hacmine V_1, r_2 yarıçaplı büyük koninin hacmine V_2 dersek

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$$

KÜRE



Uzayda bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerine küre yüzeyi denir. Küre yüzeyinin sınırladığı cisme küre adı verilir. Sabit noktaya kürenin merkezi, merkezin küre yüzeyine uzaklığına da kürenin yarıçapı denir.

O merkezli R yarıçaplı kürede;

$$\text{hacim} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Yüzey alanı $\text{Alan} = 4\pi R^2$

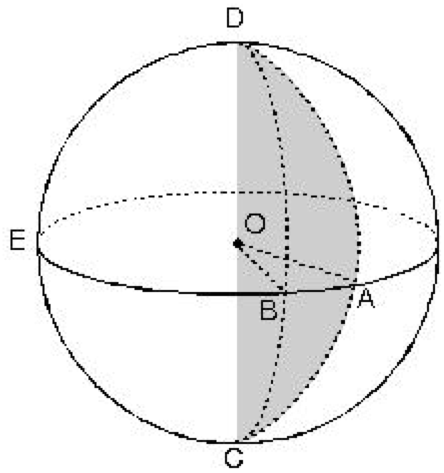
1. Küre Dilimi

[KL] çap

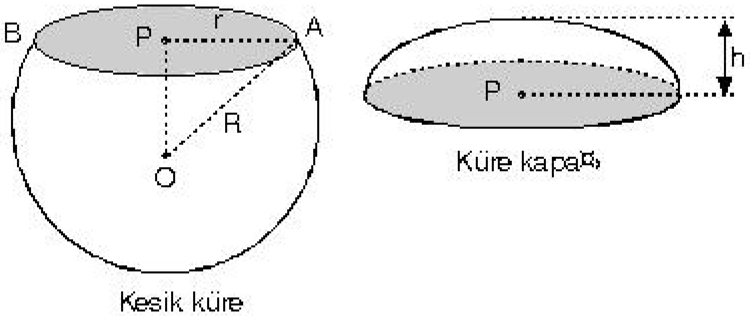
m(AOB) = α

şekildeki gibi kesilip çıkarılan küre diliminin hacmi

$$\text{Dilim Hacmi} = \text{Küre Hacmi} \times \frac{\alpha}{360^\circ}$$



2. Küre Kapağı



Bir küre merkezinden |OP| uzaklıkta bir düzlemle kesildiğinde kesit alanının daire şeklinde olduğu görülür.

Kesilip çıkarılan kısma küre kapağı denir. Kesitin merkezinden uzaklığına |OP|, kesitin yarıçapına r ve kürenin yarıçapına R dersek

$|OP|^2 + r^2 = R^2$ eşitliği vardır. h = R - |OP|

Küre kapağının alanı= $2\pi Rh$

Yandaki şekildeki gibi olan

Küre parçasının haçmi $\frac{2}{3}\pi R^2 h$